CAPES DE MATHEMATIQUES

EPREUVE SUR DOSSIER

DOSSIER N° 53

Question :

Présenter un choix d'exercices sur le thème suivant :

Exemples d'étude du comportement de suites définies par une relation $u_{n+1} = f(u_n)$ et une condition initiale.

Pour au moins l'un de ces exercices, la résolution doit faire appel à l'utilisation d'une calculatrice.

Consignes pour l'épreuve : (cf. BO n° spécial 5 du 21/10/1993)

Pendant votre préparation (deux heures), vous devez rédiger **sur les fiches mises à votre disposition,** un résumé des commentaires que vous développerez dans votre exposé et **les énoncés** de vos exercices. La qualité de ces fiches interviendra dans l'appréciation de votre épreuve. Le terme « exercice » est à prendre au sens large ; il peut s'agir d'applications directes du cours, d'exemples ou contre-exemples venant éclairer une méthode, de situations plus globales ou plus complexes utilisant éventuellement des notions prises dans d'autres disciplines.

Vous expliquerez dans votre exposé (25 minutes maximum) la façon dont vous avez compris le sujet et les objectifs recherchés dans les exercices présentés : acquisition de connaissances, de méthodes, de techniques, évaluation. Vous analyserez la pertinence des différents outils mis en jeu.

Cet exposé est suivi d'un entretien (20 minutes minimum).

Annexes :

Vous trouverez page suivante, en annexe, quelques références aux programmes ainsi qu'une documentation conseillée.
Ces indications ne sont ni exhaustives, ni impératives ; en particulier, les références aux programmes ne constituent pas le plan de l'exposé.

ANNEXE AU DOSSIER N° 53

Référence aux programmes :

Extraits du programme de Terminale ES, enseignement de spécialité :		
Suites monotones, majorées, minorées, bornées. Suites convergentes.	On choisira des exemples permettant d'introduire le vocabulaire usuel des suites. On s'appuiera sur un traitement tant numérique (avec outils de calcul : calculatrice (…)) que graphique ou algébrique.	
	On fera comprendre, sans en donner de définition formelle, les notions de suite convergente et de suite tendant vers $+\infty$ ou $-\infty$; on étudiera ainsi le comportement asymptotique des suites géométriques et des suites arithmétiques ainsi que des sommes partielles de ces suites.	On s'appuiera sur la calculatrice ou une représentation graphique adaptée pour conjecturer le comportement global ou asymptotique de chacune des suites étudiées.
	On introduira quelques exemples de suites finies, dont on demandera un ou plusieurs prolongements « logiques » (c'est-à-dire définis par une relation du type $u_{n+1} = f(u_n)$, ou du type $u_n = f(n)$).	On soulignera l'entraînement au raisonnement inductif et la mise en jeu des capacités d'invention que la recherche de tels exemples implique.
Exemples de suites vérifiant une relation de récurrence du type $u_{n+1} = a\,u_n + b$.	Sur des exemples, on étudiera le comportement global et asymptotique de suites de ce type ; le cas échéant, on introduira la suite géométrique associée.	On illustrera l'étude de ces suites à l'aide de représentations graphiques.
Exemples de suites vérifiant une relation de récurrence du type $u_{n+2} = a\,u_{n+1} + b\,u_n$.	On traitera des situations conduisant à des suites définies par une relation de récurrence linéaire d'ordre deux : l'objectif est avant tout de comprendre la genèse de telles suites et d'en calculer les premiers termes à la main, à la calculatrice (…).	

Extraits du programme de Terminale S :		
Raisonnement par récurrence Suite monotone, majorée, minorée, bornée.	On choisira des exemples permettant d'introduire le vocabulaire usuel des suites et nécessitant l'utilisation de raisonnements par récurrence. On s'appuiera sur un traitement tant numérique (avec outils de calcul : calculatrice (…)) que graphique ou algébrique.	On présentera le principe de récurrence comme un axiome.
	On étudiera numériquement sur un ou deux exemples, la rapidité de convergence d'une suite (u_n) vers sa limite ℓ (…).	Aucune notion théorique de rapidité de convergence n'est au programme.
	On traitera quelques problèmes menant à l'étude de suites définies par $u_{n+1}=au_n+b$.	
Théorème de convergence des suites croissantes majorées.		

Documentation conseillée :

Manuels de Terminales ES, S. Documents d'accompagnement.